最大トルク/電流制御
Maximum Torque Per Ampere (MTPA) Control

大阪府立大学 工学研究科
清水　悠生

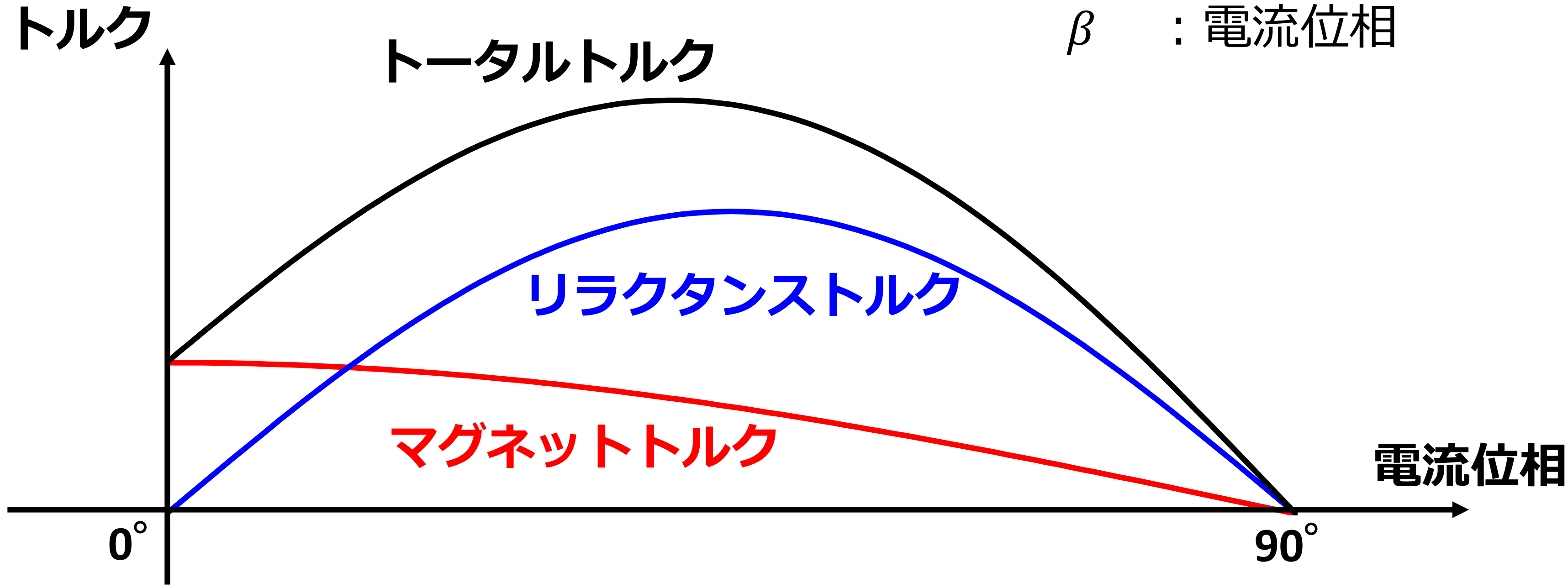
永久磁石同期モータのトルク式

- ✓ 永久磁石同期モータのトルクを考える

$$T = P_n\left(\underbrace{\Psi_a i_q}_{\text{マグネットトルク}} + \underbrace{(L_d - L_q) i_d i_q}_{\text{リラクタンストルク}}\right)$$

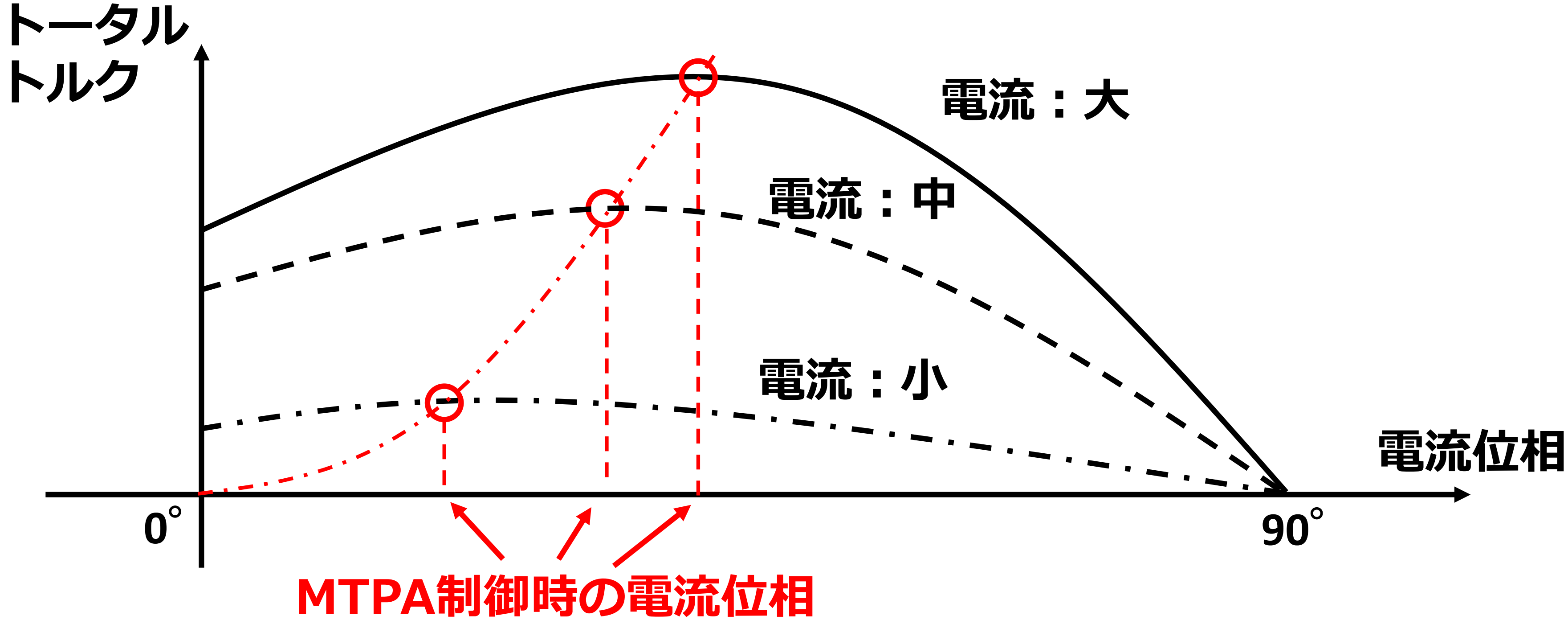
$$= P_n\left(\underbrace{\Psi_a I_a \cos\beta}_{\text{マグネットトルク}} + \underbrace{\frac{1}{2}(L_q - L_d) I_a^2 \sin 2\beta}_{\text{リラクタンストルク}}\right)$$

P_n	：極対数
i_d, i_q	：d,q軸電流
Ψ_a	：永久磁石による電機子鎖交磁束
L_d, L_q	：d,q軸インダクタンス
I_a	：電機子電流
β	：電流位相



電流に対するトルクを最大化する

- ✓ 同じ振幅の(3相交流)電流を流した時に生み出す**トルクを最大化するように電流位相を制御する**方法が**最大トルク/電流(MTPA)制御**



数式からMTPA制御時の電流位相を求める

- ✓ **モータパラメータを定数と仮定**すると
  トルク式は電流位相に対して凹関数（上に凸の関数）と
  なるため**電流位相で偏微分して0となる点で極大**となる
  （電流位相の区間[0°,90°]のみを想定）

$$\frac{\partial}{\partial\beta}T = 0 \quad (\beta \in [0°, 90°])$$

両辺 $\div P_n I_a$

$\cos 2\beta$**を変形**

$$\Leftrightarrow P_n\left(-\Psi_a I_a \sin\beta + \left(L_q - L_d\right) I_a^2 \cos 2\beta\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\Psi_a \sin\beta + \left(L_q - L_d\right) I_a (1 - 2\sin^2\beta) = 0$$

$\sin\beta$**でまとめる**

$$\Leftrightarrow 2\left(L_q - L_d\right) I_a \sin^2\beta + \Psi_a \sin\beta - \left(L_q - L_d\right) I_a = 0$$

解の公式

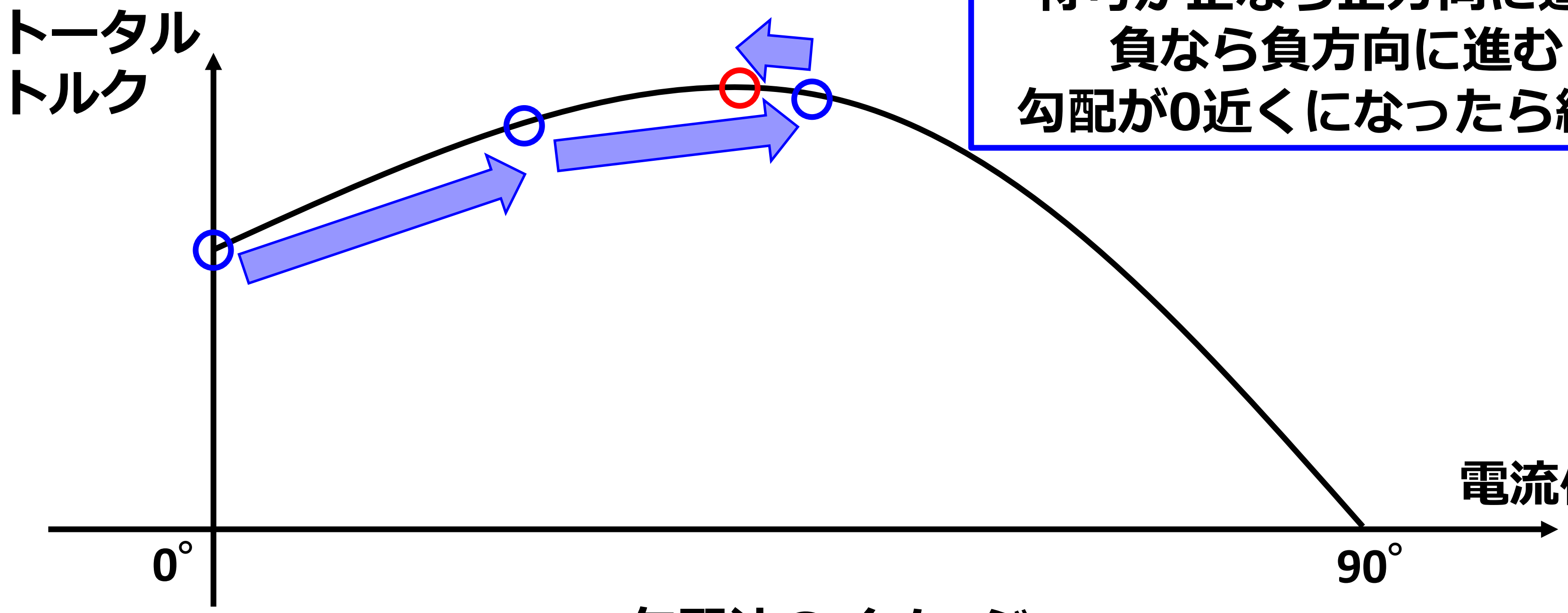
$$\therefore \sin\beta = \frac{-\Psi_a + \sqrt{\Psi_a^2 + 8\left(L_q - L_d\right)^2 I_a^2}}{4\left(L_q - L_d\right) I_a}$$

$$\Leftrightarrow \beta = \sin^{-1}\left(\frac{-\Psi_a + \sqrt{\Psi_a^2 + 8\left(L_q - L_d\right)^2 I_a^2}}{4\left(L_q - L_d\right) I_a}\right)$$

モータパラメータが変化する場合

- ✓ 実際には**d,q軸インダクタンスは磁気飽和etcの影響で電流位相によって変化する**ため，前スライドのように解析的にMTPA制御時の電流位相を求めることは難しい
- ✓ インダクタンスを電流位相に依存する関数と定義するか勾配法etcを用いて数値的に解くかする

勾配(電流位相による微分値)の符号が正なら正方向に進み負なら負方向に進む勾配が0近くになったら終了



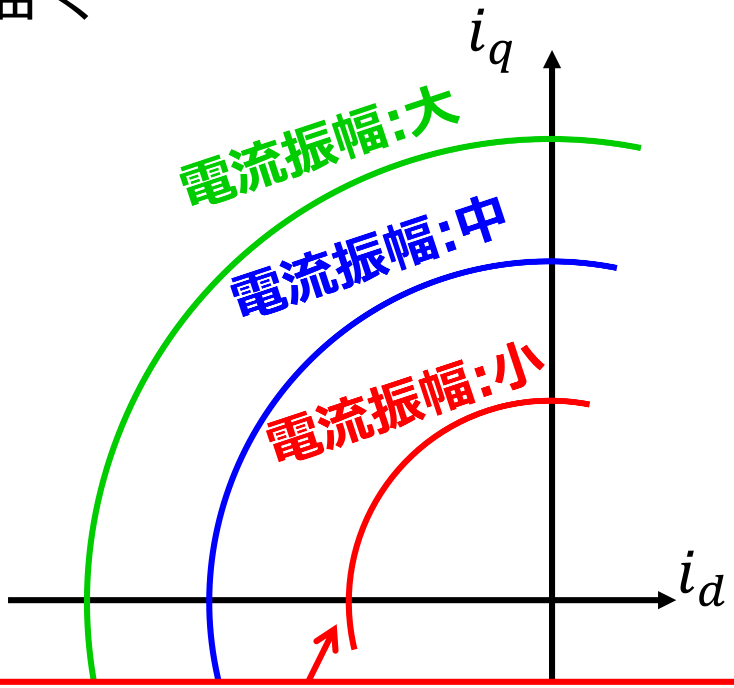
勾配法のイメージ

id-iq平面上での定電流円

- ✓ 次に，**id-iq平面上でのMTPA制御**について考える
- ✓ 入力電流振幅が同じで電流位相のみを変化させた場合
  id-iq平面上では半径がIaの円を描く

$$i_d^2 + i_q^2 = I_a^2 = \left(\sqrt{3} I_{phase}\right)^2$$

I_{phase} ：u,v,w相電流の実効値



定電流円
…電流振幅が一定となるid,iqの組をつないだ曲線（円）

d,q軸上の電機子電流とu,v,w相電流の
関係がわからない方はこちら↓
https://yuyumoyuyu.com/2020/07/12/dqrotatingcoordinate2/

id-iq平面上での定トルク曲線

- ✓ 突極機(Ld≠Lq)のid-iq平面上における定トルク曲線は直角双曲線(反比例の式)を平行移動したものと考えられる
- ✓ 非突極機(Ld=Lq)では直線となる(iq=定数)

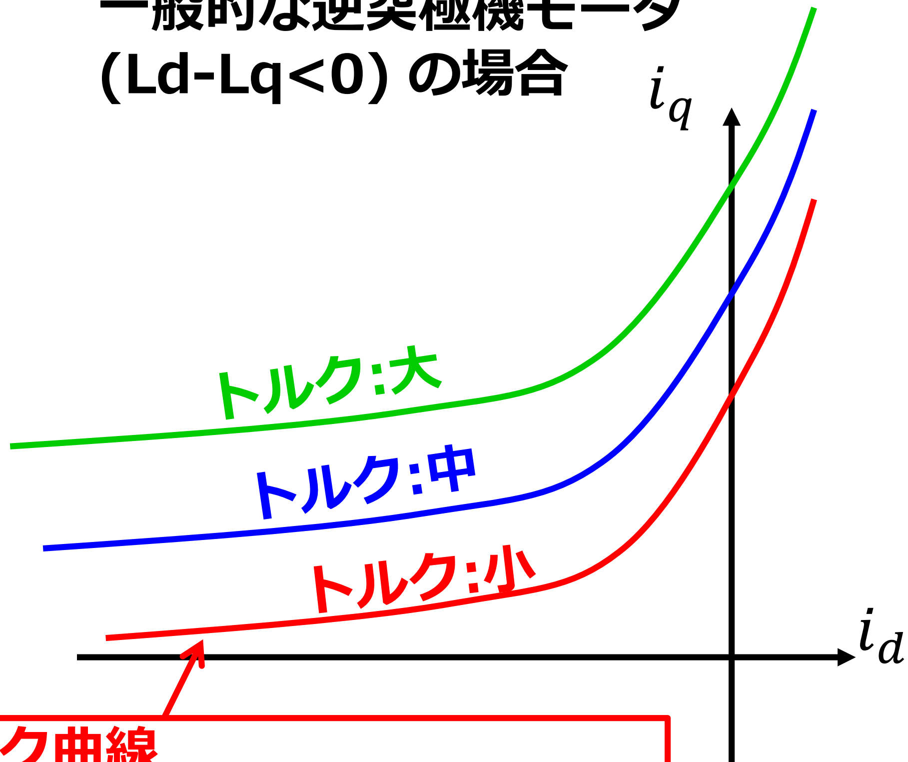
$$T = P_n\left(\Psi_a i_q + \left(L_d - L_q\right) i_d i_q\right)$$

$$\Leftrightarrow i_q = \frac{T}{P_n\left(\Psi_a + \left(L_d - L_q\right) i_d\right)}$$

$$= \frac{\dfrac{T}{P_n\left(L_d - L_q\right)}}{i_d + \dfrac{\Psi_a}{L_d - L_q}}$$

↑反比例の式 y=a/x を平行移動した形

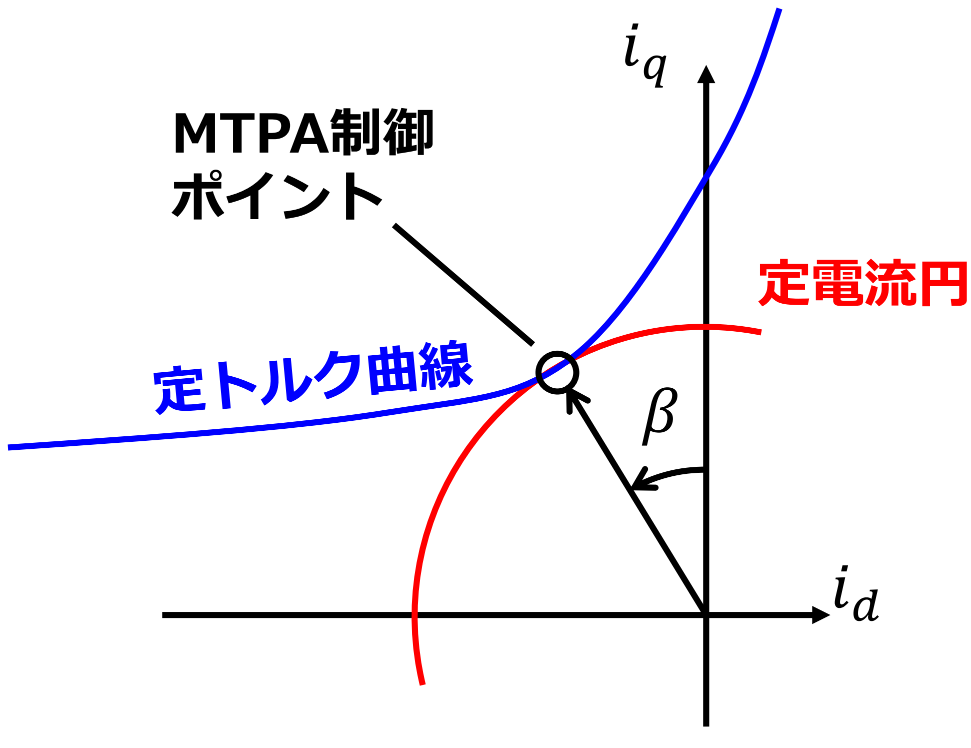
一般的な逆突極機モータ (Ld-Lq<0) の場合



定トルク曲線
…トルクが一定となるid,iqの組をつないだ曲線

id-iq平面上でのMTPA制御の理解

- ✓ **定トルク曲線と定電流円の接点がMTPA制御時のd,q軸電流**となる
- ✓ あるトルクを得たければ，その定トルク曲線に接するまで定電流円の半径(電機子電流)を大きくすればよい



MTPA制御のメリット

- ✓ モータパラメータを一定と仮定すると
電流位相が解析的に簡単に求められる

- ✓ 要求トルクに対して電流振幅を最小にできるため
銅損を最小にできる
  - ■ MTPA制御は電圧制限にかからない**低速域で使用**する
  - ■ 低速域では損失に占める銅損の割合が大きく
最大効率制御に近い効率を達成できる
  - ■ 銅損が小さいと巻線の温度上昇を最小限にできるため
焼損も防止できる