

PMSMのトルク導出のイメージを 初等物理から理解する

大阪府立大学 工学研究科
清水 悠生

モータではトルクを扱う

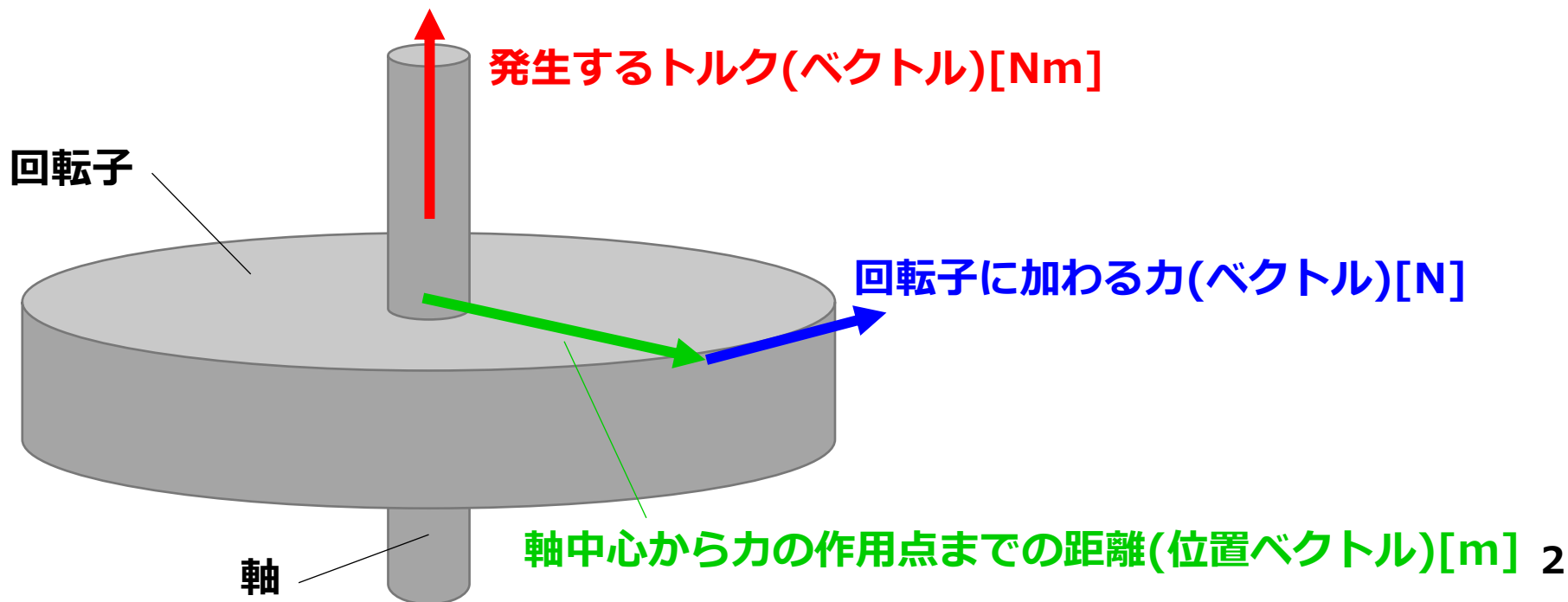
- ✓ トルクとはモータの回転軸中心に働く、回転軸周りの力のモーメントのこと
- ✓ 加わる力と軸中心から力の作用点までの距離のベクトル積により定義される

$$\mathbf{T} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

\mathbf{T} : 発生するトルクベクトル

\mathbf{r} : 力の作用点までの位置ベクトル

\mathbf{F} : 回転子に加わる力ベクトル



電流と鎖交磁束の外積？

- ✓ トルクの導出方法として
次のような説明をよく見かける

フレミングの左手の法則から、
トルクは電機子電流と電機子鎖交磁束の外積を計算する。
ただし、電機子反作用を考えるため負の符号がつく。

$$T = -P_n(\mathbf{i}_a \times \boldsymbol{\Psi}_o)$$

T : トルク

P_n : 極対数

\mathbf{i}_a : 電機子電流ベクトル

$\boldsymbol{\Psi}_o$: 電機子鎖交磁束ベクトル

- ✓ フレミングの左手の法則（ローレンツ力）から
導出されるのは、トルク[Nm]じゃなくて力[N]では？
という素朴な疑問が生じる

初等物理から理解してみる

- ✓ そもそもローレンツ力は下記で与えられる

$$F = l \cdot I \times B$$

F: 導体に働くローレンツ力

l: 導体の長さ

I: 導体を流れる電流

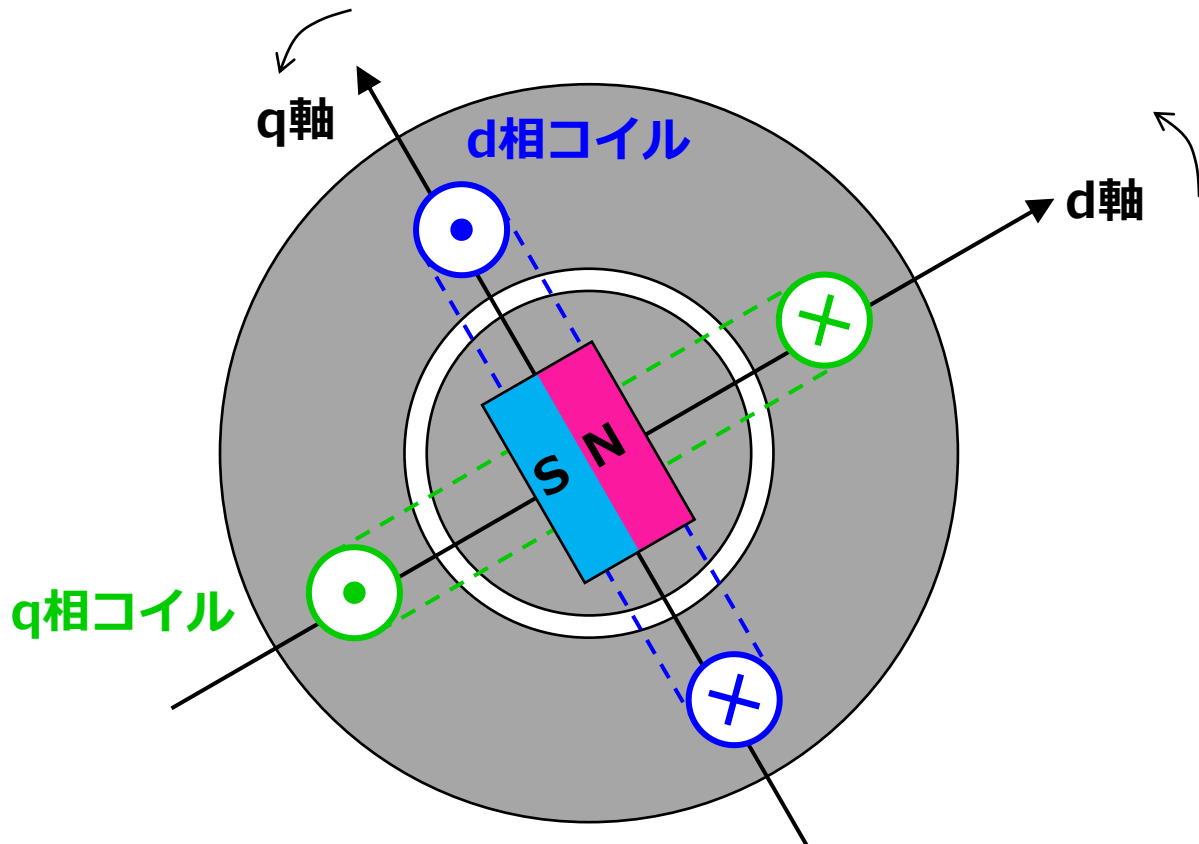
B: 導体が存在する磁場

- ✓ この式からどうにかしてよく知られているトルク式を導出する
- ✓ ただし、外積は2次元のベクトル積として定義する

d,q軸上のコイルを仮定

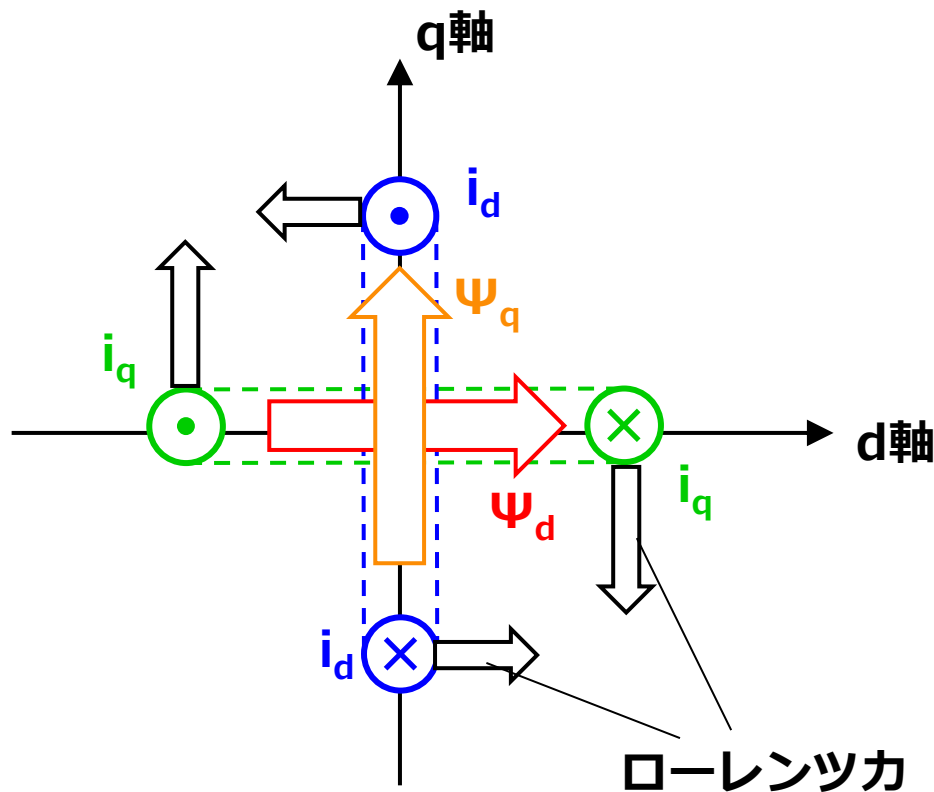
- ✓ PMSMを想定し、下図のようなd,q軸上のコイルを考える
- ✓ 下図の詳細はこちらから

<https://yuyumoyuyu.com/2020/07/19/dqcrotatingroordinate3/>



d,q軸上の電機子電流と鎖交磁束

- ✓ 前スライドの図を簡略化し、電機子電流、電機子鎖交磁束、ローレンツ力を追記するとこのようになる



- i_d : 電機子電流のd軸成分
- i_q : 電機子電流のq軸成分
- Ψ_d : 電機子鎖交磁束のd軸成分
- Ψ_q : 電機子鎖交磁束のq軸成分

電機子鎖交磁束の変換

- ✓ d軸電機子鎖交磁束は次式で磁束密度に変換できる

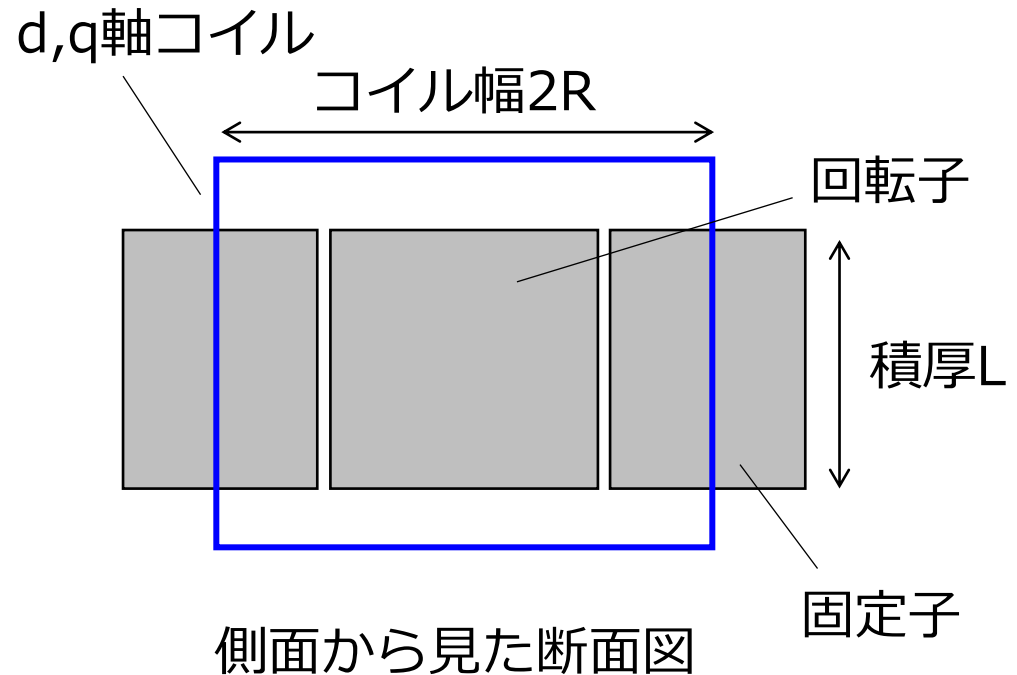
$$\begin{aligned}\Psi_d &= N\varphi_d \\ &= N(2RLB_d)\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow B_d = \frac{\Psi_d}{2NRL}$$

N : d,q軸コイルの巻線数

φ_d : d軸方向の磁束

B_d : d軸方向の磁束密度



- ✓ q軸電機子鎖交磁束も同様

$$B_q = \frac{\Psi_q}{2NRL}$$

φ_q : q軸方向の磁束

B_q : q軸方向の磁束密度

トルクの計算

- ✓ 以上より、ローレンツ力は次式で計算できる

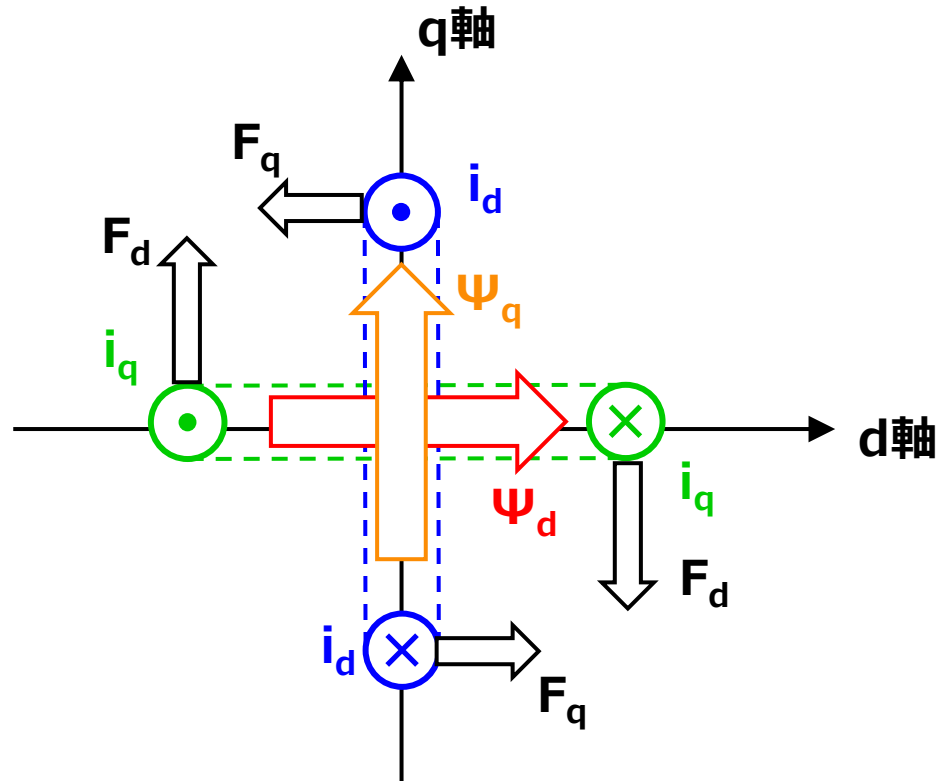
$$F_d = N \cdot Li_q B_d = \frac{i_q \Psi_d}{2R}$$

$$F_q = N \cdot Li_d B_q = \frac{i_d \Psi_q}{2R}$$

- ✓ 方向に注意してトルクに変換すると次式の通り

$$\begin{aligned} T &= -2RF_d + 2RF_q \\ &= -i_q \Psi_d + i_d \Psi_q \\ &= \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \mathbf{i}_a \times \boldsymbol{\Psi}_o \end{aligned}$$

- ✓ この式に極対数と反作用分の負の符号を加えると p.3のトルク式になる



この説明の正確でないところ

- ✓ 実際のモータでは、コイルは固定子のスロット内部に配置
- ✓ 界磁磁束は透磁率の高い電磁鋼板を流れるため、コイル周辺は磁束密度が低い
- ✓ そのため、前スライドまでのローレンツ力による説明は厳密には不正確
- ✓ 実際は通電時のコイルがなす磁場 H と界磁磁束による磁束密度 B を用いて、磁気エネルギーから計算することが多い

